

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Министерство образования и науки Алтайского края

Комитет по образованию г. Барнаула

МБОУ "СОШ №126"

РАССМОТРЕНО

МО учителей математики

Протокол от 29.08.2023 №1

ПРИНЯТО

педагогическим советом

Протокол от 30.08.2023 №11

УТВЕРЖДЕНО

Директор МБОУ "СОШ №126"

А. В. Загайнов

Принято от 30.08.2023 № 01-08/393-1



РАБОЧАЯ

ПРОГРАММА

учебного курса

«Методы решения математических задач»

Для 7 «А, Б, В, Г, Д» классов
основного общего образования
на 2023-2024 учебный год

Составитель:

Роева Нурия Идиатуловна

учитель математики

г. Барнаул, 2023

Комитет по образованию города Барнаула
Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа № 126»

РАССМОТРЕНО
МО учителей математики
Протокол от 29.08.2023 №1

ПРИНЯТО
педагогическим советом
Протокол от 30.08.2023 №11

УТВЕРЖДЕНО
Директор МБОУ «СОШ № 126»
/А.В. Загайнов
Приказ от 30.08.2023 № 41-08/993-1



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
по учебному курсу «Методы решения математических задач»
7 «Б(2), В(2)» класс
Срок реализации 2023/2024 учебный год.

Составитель:
Казанжи Сергей Андреевич
учитель математики

г. Барнаул, 2023

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Министерство образования и науки Алтайского края

Комитет по образованию г. Барнаула

МБОУ "СОШ №126"

РАССМОТРЕНО
МО учителей математики
Протокол от 29.08.2023 №1

ПРИНЯТО
педагогическим советом
Протокол от 30.08.2023 №11

УТВЕРЖДЕНО
Директор МБОУ «СОШ №126»
А.В. Зарипов
Приказ от 30.08.2023 №11



РАБОЧАЯ

ПРОГРАММА

Учебного курса

«Методы решения математических задач»

Для 7«А(1), Б(1), В(1)» классов

основного общего образования

на 2023-2024 учебный год

Составитель: Зыкова Марина
Васильевна
учитель математики

г. Барнаул, 2023

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Министерство образования и науки Алтайского края

Комитет по образованию г. Барнаула

МБОУ "СОШ №126"

РАССМОТРЕНО
МО учителей математики
Протокол от 29.08.2023 № 1

ПРИНЯТО
педагогическим советом
Протокол от 30.08.2023 №11

УТВЕРЖДЕНО
Директор МБОУ «СОШ №126»
_____ Загайнов
для
ДОКУМЕНТОВ
Приказ от 30.08.2023
№ 01/08/05/1



**РАБОЧАЯ
ПРОГРАММА
учебного курса**

«Методы решения математических задач»

Для 7 «А, Б, В, Г, Д» классов
основного общего образования
на 2023-2024 учебный год

Составитель:
Роева Нурия Идиатуловна
учитель математики

г. Барнаул, 2023

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Комитет по образованию города Барнаула
Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа № 126»

РАССМОТРЕНО
МО учителей математики
Протокол от 29.08.2023 №1

ПРИНЯТО
педагогическим советом
Протокол от 30.08.2023 №11

УТВЕРЖДЕНО
Директор МБОУ «СОШ№126»
/А.В. Загайнов
Приказ от 30.08.2023
№01-08/393-1

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
учебного курса «Методы решения математических задач»
для обучающихся 7-х классов
основного общего образования
на 2023-2024 учебный год.

г. Барнаул, 2023
Аннотация программы

Данная программа учебного предмета «Методы решения математических задач» своим содержанием может привлечь внимание учащихся 7 классов.

В 7-ом классе математика разделяется на два отдельных раздела «Алгебра» и «Геометрия», всё больше внимания уделяется решению задач алгебраическим методом, т.е. посредством составления математической модели. Но не всегда учащиеся могут самостоятельно повторять и систематизировать весь материал, пройденный за предыдущие года обучения, поэтому испытывают трудности при решении задач.

На занятиях этого предмета есть возможность устранить пробелы ученика по тем или иным темам. При этом решение задач предлагается вести двумя основными способами: арифметическим и алгебраическим через составление математической модели. Учитель помогает выявить слабые места ученика, оказывает помощь при систематизации материала, готовит правильно оформлять то или иное задание, предлагает для решения экзаменационные задачи прошлых лет.

Кроме этого, одно из направлений предмета – подготовка школьников к успешной сдаче экзаменов в форме ГИА-9. Уже в 2011 году в задания ГИА-9 по математике были включены задачи по теории вероятности и комбинаторике, задачи геометрического характера. Это было учтено в учебном предмете «Методы решения математических задач». Стоит отметить, что навыки решения математических задач совершенно необходимы всякому ученику, желающему хорошо подготовиться и успешно сдать выпускные экзамены по математике, добиться значимых результатов при участии в математических конкурсах и олимпиадах.

Исторические моменты в рамках курса будут особо привлекательны для учеников с гуманитарными наклонностями. Не исключено, что данный предмет поможет ученику найти свое призвание в профессиональной деятельности, требующей использования точных наук или, по крайней мере, приобрести внепрофессиональное увлечение, пусть и не на всю оставшуюся жизнь. Поэтому его можно использовать как в рамках предпрофильной подготовки учащихся.

Пояснительная записка

Учебный курс «Методы решения математических задач» рассчитан на 34 часа (1 час в неделю) для работы с учащимися 7 классов и предусматривает повторное и параллельное с основным предметом «Математика -7» рассмотрение теоретического материала по математике, поэтому имеет большое общеобразовательное значение, способствует развитию логического мышления, намечает и использует целый ряд межпредметных связей (прежде всего с историей, физикой).

Рабочая программа учебного курса составлена на основании следующих нормативно-правовых документов:

1. Закона Российской Федерации «Об образовании» (статья 7, 9, 32).
2. Учебного плана МБОУ «СОШ № 126» на 2023-2024 учебный год.
3. Примерной и авторской программы основного общего образования по математике Программы. Математика. 5-6 классы Алгебра. 7-9 классы. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы/ авт.-сост. И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович. – 2-е изд., испр. и доп.– М.: Мнемозина, 2009. – 63 с.), Программой по геометрии 7-9 класс. /авт. Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов и др.

Кроме этого, рабочая программа предмета ориентирована на материалы Федерального компонента государственного стандарта основного общего образования по математике, утвержденного приказом Минобрнауки России от 5.03.2004 г. № 1089. Стандарт опубликован в издании "Федеральный компонент государственного стандарта общего образования. Часть I. Начальное общее образование. Основное общее образование" (Москва, Министерство образования Российской Федерации, 2004)

Психологические исследования проблемы обучения решению задач показывают, что основная причина несформированности общих умений и способностей в решении задач у учащихся кроется в отсутствии постоянного анализа собственной деятельности, выделения в ней общих методов действий и их теоретических основ.

Основная цель курса «Методы решения математических задач» – научить решать (любые) задачи, научить работать с задачей, анализировать каждую задачу и процесс ее решения, выделяя из него общие приемы и способы, т.е. научить такому подходу к задаче, при котором задача выступает как объект тщательного изучения, исследования, а ее решение – как объект конструирования и изобретения. Таким образом, изучение предмета будет способствовать формированию основных способов математической деятельности.

Кроме того, целями предмета ставятся:

1. совершенствование общеучебных навыков и умений, приобретенных учащимися ранее;
2. целенаправленное повторение ранее изученного материала;
3. развитие формально-оперативных алгебраических умений до уровня, позволяющих уверенно использовать их при решении задач математики и смежных предметов (физика, химия, информатики и др.)
4. усвоение аппарата уравнений как основного средства математического моделирования прикладных задач
5. осуществление функциональной подготовки школьников

Необходимо отметить, что в данном курсе высока доля самостоятельности учащихся, как на самом занятии, так и во время выполнения домашнего практикума.

Задачи предмета:

- 1) дать ученику возможность проанализировать свои способности;

2) оказать ученику индивидуальную и систематическую помощь при повторении ранее изученных материалов по математике, а также при решении задач двумя основными способами: арифметическим и алгебраическим.

3) подготовить учащихся к самостоятельному решению математических задач;

4) помочь ученику выбрать профиль в дальнейшем обучении в средней школе.

Функции учебного предмета:

- ориентация на совершенствование навыков познавательной, организационной деятельности;
- компенсация недостатков обучения по математике.

Методы и формы обучения

Методы и формы обучения определяются требованиями профилизации обучения, с учетом индивидуальных и возрастных особенностей учащихся, развития и саморазвития личности. В связи с этим основные приоритеты методики изучения учебного курса:

- обучение через опыт и сотрудничество;
- учет индивидуальных особенностей и потребностей учащихся;
- интерактивность (работа в малых группах на зачетных занятиях, ролевые игры, тренинги, вне занятий возможен метод проектов);
- личностно-деятельностный и субъект–субъективный подход (больше внимание к личности учащегося, а не целям учителя, равноправное их взаимодействие).

Для работы с учащимися безусловно применимы такие формы работы, как лекция и семинар. Помимо этих традиционных форм рекомендуется использовать также дискуссии, выступления с докладами, содержащими отчет о выполнении индивидуального или группового домашнего задания или с содокладами, дополняющими лекцию учителя. Возможны различные формы творческой работы учащихся, как например, «защита решения», отчет по результатам «поисковой» работы на страницах книг, журналов, сайтов в Интернете по указанной теме. Таким образом, данный учебный курс не исключает возможности проектной деятельности учащихся во внеурочное время. Итогом такой деятельности могут быть творческие работы: стихотворения, рисунки и т.д.

Предлагаемый предмет является развитием системы ранее приобретенных программных знаний, его цель - создать целостное представление о теме и значительно расширить спектр задач, посильных для учащихся. Организация на занятиях должна несколько отличаться от урочной: ученику необходимо давать время на размышление, учить рассуждать. В курсе заложена возможность дифференцированного обучения.

Таким образом, программа применима для различных групп школьников, в том числе, не имеющих хорошей подготовки. В этом случае, учитель может сузить требования и предложить в качестве домашних заданий создание творческих работ, при этом у детей развивается интуитивно-ассоциативное мышление, что, несомненно, поможет им при выполнении заданий ГИА.

Основная функция учителя в данном предмете состоит в «сопровождении» учащегося в его познавательной деятельности, коррекции ранее полученных учащимися ЗУН.

Курс «Методы решения математических задач» делится на две части:

Часть 1. Решение текстовых задач (18 часов). Здесь даются общие сведения о задачах и их решении, рассматриваются общие методы анализа задачи и поиска решения. Большая часть времени (14 часов) отводится на рассмотрение наиболее часто встречающихся видов задач. Основой для создания второй части курса послужили:

- книга Шевкина А.В. Текстовые задачи: 7 – 11 классы: Учебное пособие по математике. – М.: ООО «ТИД «Русское слово – РС», 2003

- Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. 9 класс /Л.В. Кузнецова, Е.А. Бунимович и др. – 5-е и послед. Изд. – М.: Дрофа, 2000.

Часть 2. Уравнения. Системы уравнений (15 часов). В данной части рассматриваются модуль действительного числа (расширенный, углубленный вариант раздела базового учебного предмета), линейное уравнение и системы линейных уравнений с двумя переменными.

Курс обеспечивается наличием дидактического материала, собранного и систематизированного учителем и представленным учащимся в виде сборника «Методы решения математических задач»

Особенность принятого подхода учебного курса состоит в том, что для занятий по математике предлагаются небольшие фрагменты, относящиеся к различным разделам школьной математики.

Каждое занятие, а также все они в целом направлены на то, чтобы развить интерес школьников к предмету, познакомить их с новыми идеями и методами, расширить представление об изучаемом в основном курсе материале, а главное, порешать интересные задачи.

Этот предмет предлагает учащимся знакомство с математикой как с общекультурной ценностью, выработкой понимания ими того, что математика является инструментом познания окружающего мира и самого себя.

Если в изучении предметов естественнонаучного цикла очень важное место занимает эксперимент и именно в процессе эксперимента и обсуждения его организации и результатов формируются и развиваются интересы ученика к данному предмету, то в математике эквивалентом эксперимента является решение задач. Собственно весь курс математики может быть построен и, как правило, строится на решении различных по степени важности и трудности задач.

Ожидаемый результат

учащийся должен **знать/понимать:**

- существо понятия алгоритма; примеры алгоритмов;
- как используются математические формулы, уравнения и неравенства; примеры их применения для решения математических и практических задач;
- как математически определенные функции могут описывать реальные зависимости; приводить примеры такого описания;
- как потребности практики привели математическую науку к необходимости применения моделирования;
- значение математики как науки;
- значение математики в повседневной жизни, а также как прикладного инструмента в будущей профессиональной деятельности

уметь:

- решать задания, по типу приближенных к заданиям государственной итоговой аттестации (базовую часть)

иметь опыт (в терминах компетентностей):

- работы в группе, как на занятиях, так и вне,
- работы с информацией, в том числе и получаемой посредством Интернет

Организация и проведение контроля/аттестации учеников

Основными результатами освоения содержания учебного курса учащимися может быть определенный набор общеучебных умений, а также приобретение опыта проектной внеурочной деятельности, содержательно связанной с предметным полем – математикой. При этом *должна использоваться преимущественно качественная оценка выполнения заданий*, хотя возможно и итоговое тестирование учащихся.

Начинается предмет с ознакомительной вводной лекции «Схематизация и моделирование при решении текстовых задач». Здесь же возможно входное тестирование, цели которого:

- Составить представление учителя об уровне базовых знаний учащихся, выбравших курс.
- Коррекция в связи с этим уровня подачи материала по данному курсу.

При прослушивании блоков лекционного материала и проведения зачетного занятия, закрепляющего знания учащихся, предусматривается индивидуальное или групповое домашнее задание, содержащее элементы исследовательской работы, задачи для самостоятельного решения. Защита решений и результатов исследований проводится на выделенном для этого занятии и оценивается по пятибалльной системе или системе «зачет-незачет», в зависимости от уровня подготовленности группы.

Начиная с 5 – 7 занятия форма итоговой аттестации:

- Устный опрос (фронтальный, индивидуальный, групповой),
- Защита проекта.

Методические рекомендации по реализации программы.

Основным дидактическим средством для предлагаемого курса являются тексты рассматриваемых типов задач, которые могут быть выбраны из разнообразных сборников, различных вариантов ГИА-9 и ЕГЭ или составлены самим учителем.

Предмет обеспечен раздаточным материалом, подготовленным на основе прилагаемого ниже списка литературы.

Для более эффективной работы учащихся целесообразно в качестве дидактических средств использовать плакаты с опорными конспектами или медиа ресурсы.

Содержание курса и распределение часов по темам

Данный учебный курс рассчитан на 34 тематических занятия.

Планирование занятий

№	Тема	Число уроков
1	Схематизация и моделирование при решении текстовых задач	2
2	Схематизация и моделирование при решении текстовых задач	
3	Задачи на совместную работу («на бассейны», совместное движение)	3
4	Задачи на совместную работу («на бассейны», совместное движение)	
5	Задачи на совместную работу («на бассейны», совместное движение)	
6	Задачи на среднюю скорость движения	3
7	Задачи на среднюю скорость движения	
8	Задачи на среднюю скорость движения	
9	Задачи на движение по реке	3
10	Задачи на движение по реке	
11	Задачи на движение по реке	
12	Задачи на смеси	4
13	Задачи на смеси	
14	Задачи на смеси	
15	Задачи на смеси	
16	Задачи на доли и проценты	3
17	Задачи на доли и проценты	
18	Задачи на доли и проценты	
19	Линейные уравнения, сущность их решения	3
20	Линейные уравнения, сущность их решения	
21	Линейные уравнения, сущность их решения	
22	Решение рациональных уравнений методом разложения на множители	3
23	Решение рациональных уравнений методом разложения на множители	
24	Решение рациональных уравнений методом разложения на множители	
25	Системы уравнений	4
26	Системы уравнений	
27	Системы уравнений	
28	Системы уравнений	
29	Решение задач с помощью систем уравнений	5
30	Решение задач с помощью систем уравнений	
31	Решение задач с помощью систем уравнений	
32	Решение задач с помощью систем уравнений	
33	Решение задач с помощью систем уравнений	
34	Итоговое занятие в форме защиты проектов	1

Список рекомендованной литературы:

1. (<http://math-portal.ru/vilenkinaymyakov1>)
2. Ткачева М.В. Домашняя математика. –М.: Просвещение, 1993
3. Пичурин Л.Ф. «За страницами алгебры», Москва: Просвещение, 1990.
4. Талицкий и М.Л. др. «Сборник задач по алгебре для 8-9 классов». Учебное пособие для учащихся. Москва: Просвещение, 1999.
5. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи: Кн. Для учащихся ст. классов сред. шк. – М.: Просвещение, 1989.
6. Шевкин А.В. Текстовые задачи: 7 – 11 классы: Учебное пособие по математике. – М.: ООО «ТИД «Русское слово-РС», 2003
7. Шевкин А.В. Обучение решению текстовых задач в 5 – 6 классах: Методическое пособие для учителя. – М.: ООО «ТИД «Русское слово-РС», 2001

Приложение 1

Темы предлагаемых проектов:

- Линейные уравнения: исторические сведения.
- Одна задача – несколько способов решения.
- Омар Хайям математик и поэт.
- Математическое моделирование и наша повседневная жизнь (конкурс рисунков и творческих работ)

Приложение

1. Входной контроль

1	Решите задачу, выполнив анализ задачи (схема, чертеж, рисунок и т.д.): Скорость автобуса на 20 км/ч больше скорости грузовика. За 3 часа автобус проехал столько же километров, сколько грузовик проехал за 4 часа. Найдите скорость автобуса и скорость грузовика.
2	В Алтайском крае в 2008 году введено в эксплуатацию 632 тысячи квадратных метров жилья, из них 359 тысяч квадратных метров – в городе Барнауле. Сколько примерно процентов составляет площадь жилья, введенного в эксплуатацию в прошлом году в г. Барнауле от площади жилья, введенного в эксплуатацию в Алтайском крае за этот же период? 1) 17,6% 2) 176% 3) 57% 4) 0,57%
3	Цена килограмма сахара a рублей. Сколько рублей надо заплатить за 600 граммов этого сахара? 1) $\frac{a}{600}$ 2) $0,6a$ 3) $600a$ 4) $\frac{5a}{3}$
4	Решите уравнение $5 - 4x = 6 - 2(3x + 2)$
5	На первой книжной полке книг в 5 раз больше, чем на второй. Если переложить 20 книг с первой полки на вторую, то на обеих полках книг будет поровну. Сколько книг на книжной полке? Выберите то уравнение, которое приведет к решению задачи: 1) $5x - 20 = x$ 2) $5x - 20 = x + 20$ 3) $5x + x = 20$ 4) $20 - x = 5x + 20$

2. Задачи

Задача 1. В клетке находятся фазаны и кролики, причем голов — 15, а ног — 48. Сколько кроликов и фазанов обитает в клетке?

I способ.

Пусть x — фазаны, а y — кролики.

Решим систему

$$\begin{cases} x + y = 15, \\ 2x + 4y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 - y, \\ 2(15 - y) + 4y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 - y, \\ 2y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6, \\ y = 9. \end{cases}$$

II способ.

Если все животные — фазаны, то у них 30 лап, а по условию их 48. Для преобразования фазана в кролика требуется 2 ноги. Итого кроликов $\frac{18}{2} = 9$, а фазанов — $15 - 9 = 6$.

Ответ: 9 кроликов, 6 фазанов.

Задача 2.

Расстояние между пунктами A и B равно 40 километров. Из пункта A в пункт B выезжает мотоциклист со скоростью 23 км/ч. Из пункта B в пункт A уже движется мотоциклист со скоростью 17 км/ч. От одного мотоциклиста к другому (из A в B) с начала движения до момента встречи без усталости летает муха. Сколько километров она налетает, если: а) ее скорость равна 40 км/ч, б) ее скорости 40 км/час при движении из A в B и 30 км/час на обратном пути.

а) За час, летая со скоростью 40 км/час, муха налетала 40 километров.

б) Пусть в направлении из пункта A в пункт B муха пролетела x километров, а в обратном направлении — $x - 23$ километра, тогда потраченное время есть:

$$\frac{x}{40} + \frac{x-23}{30} = 1 \Leftrightarrow 30x + 40(x-23) = 120 \Leftrightarrow x = \frac{104}{7} \text{ км.}$$

А пройденный путь есть $x + (x-23) = \frac{263}{7} \Leftrightarrow x = \frac{212}{7}$ км. Т. е. муха пролетит $30 \frac{2}{7}$ км.

Примечание: зачастую удобнее рассматривать весь процесс в целом, а не его отдельные части.

Задача 3. Океанский лайнер отправился в рейс. Когда он отошел от берега на 180 километров, за ним, со скоростью в 10 раз больше скорости лайнера, вылетел самолет. На каком расстоянии от берега самолет догонит лайнер?

I способ.

Скорость сближения равна $10v - v = 9v$. За время полета самолета лайнер пройдет путь в 9 раз меньше пути самолета, то есть $\frac{180}{9} = 20$ километров от берега. Тогда точка встречи — 200 километров от берега.

II способ.

$$vt + 180 = 10vt \Leftrightarrow vt = 20.$$

Таким образом, расстояние равно $180 + 20 = 200$ километров от берега.

Ответ: на расстоянии, равном 200 километров от берега.

Задача 1. Цену на товар скинули на 10 %, затем еще на 10 %. А в другой фирме цену скинули сразу на 20 %. Где выгоднее купить товар?

Пусть начальный уровень цен — x рублей. Тогда

1. Первая фирма — $0,81x$, цена опустилась на 19 %.

2. Вторая фирма — $0,8x$, цена опустилась на 20 %.

Ответ: выгоднее купить товар во второй фирме.

Задача 1. Два тела, движущиеся по окружности в одном направлении, встречаются каждые 112 минут, а движущиеся в противоположные стороны — каждые 16 минут. Во втором случае за 12 секунд тела сблизились на 14 метров (считая по окружности). Сколько метров в минуту проходит каждое тело? Какова длина окружности?

Пусть v_1 и v_2 — скорости тел, c — длина окружности.

Решим систему

$$\begin{cases} \frac{c}{v_2 - v_1} = 112 \\ \frac{c}{v_2 + v_1} = 16 \\ \frac{v_2 + v_1}{5} = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_2 - v_1 = \frac{70 \cdot 16}{112} \\ v_2 + v_1 = 70 \\ c = 70 \cdot 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = 30 \text{ м/мин,} \\ v_2 = 40 \text{ м/мин,} \\ c = 1120 \text{ м.} \end{cases}$$

Ответ: скорость первого 30 м/мин, второго — 40 м/мин, длина окружности равна 1120 м.

«Практикум решения математических задач»

сборник задач для учащихся

Часть 2. Решение текстовых задач (16 ч.)

*Если хотите научиться плавать,
то смело входите в воду,*

*а если хотите научиться решать
задачи, то решайте их.*

Дж. Пойа

Советы решающему задачу:

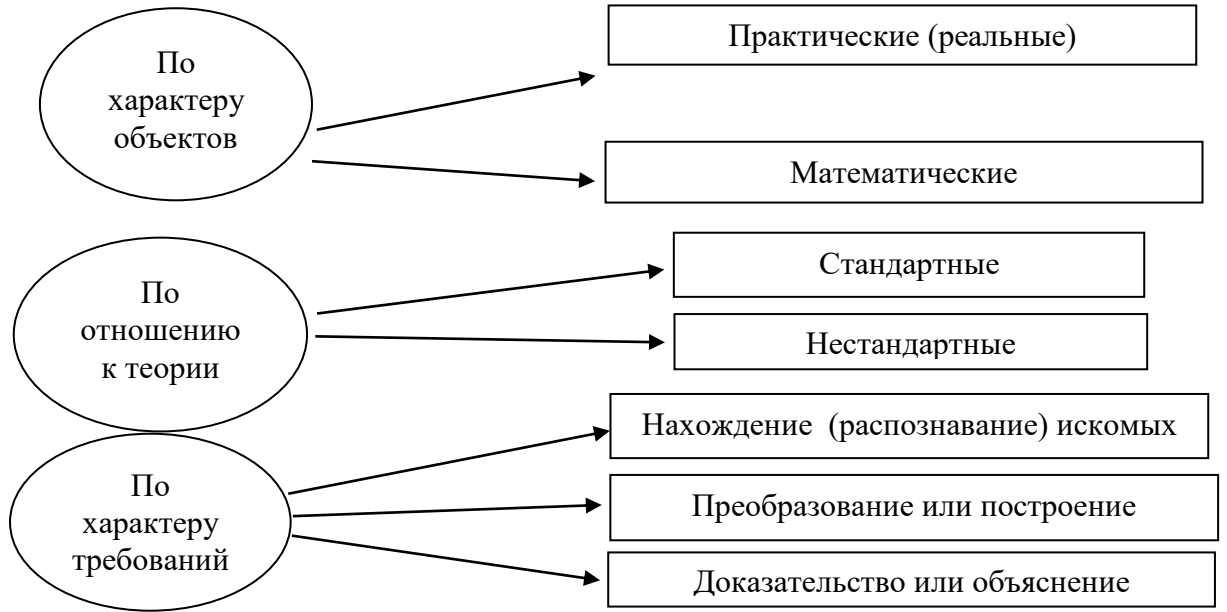
1. Прежде всего, разберись в условии задачи
2. Подумай, что означает каждая фраза
3. Попытайся условие задачи сформулировать иначе
4. На рисунке, схеме изобрази все объекты, процессы и т.д., о которых говорится в задаче
5. Попробуй взглядеться в рисунок и вычитать из него всю информацию. Подключи свой жизненный опыт
6. Введи обозначения и все подмеченные закономерности запиши в виде равенств или неравенств
7. Задай себе серию вопросов по ходу поиска решения. Спорь с собой!
8. Все время помни об условии задачи, перечитывай его неоднократно
9. Попробуй перевести задачу на язык математики
10. Полезно одну и ту же задачу решать разными способами

Советы решающему задачу:

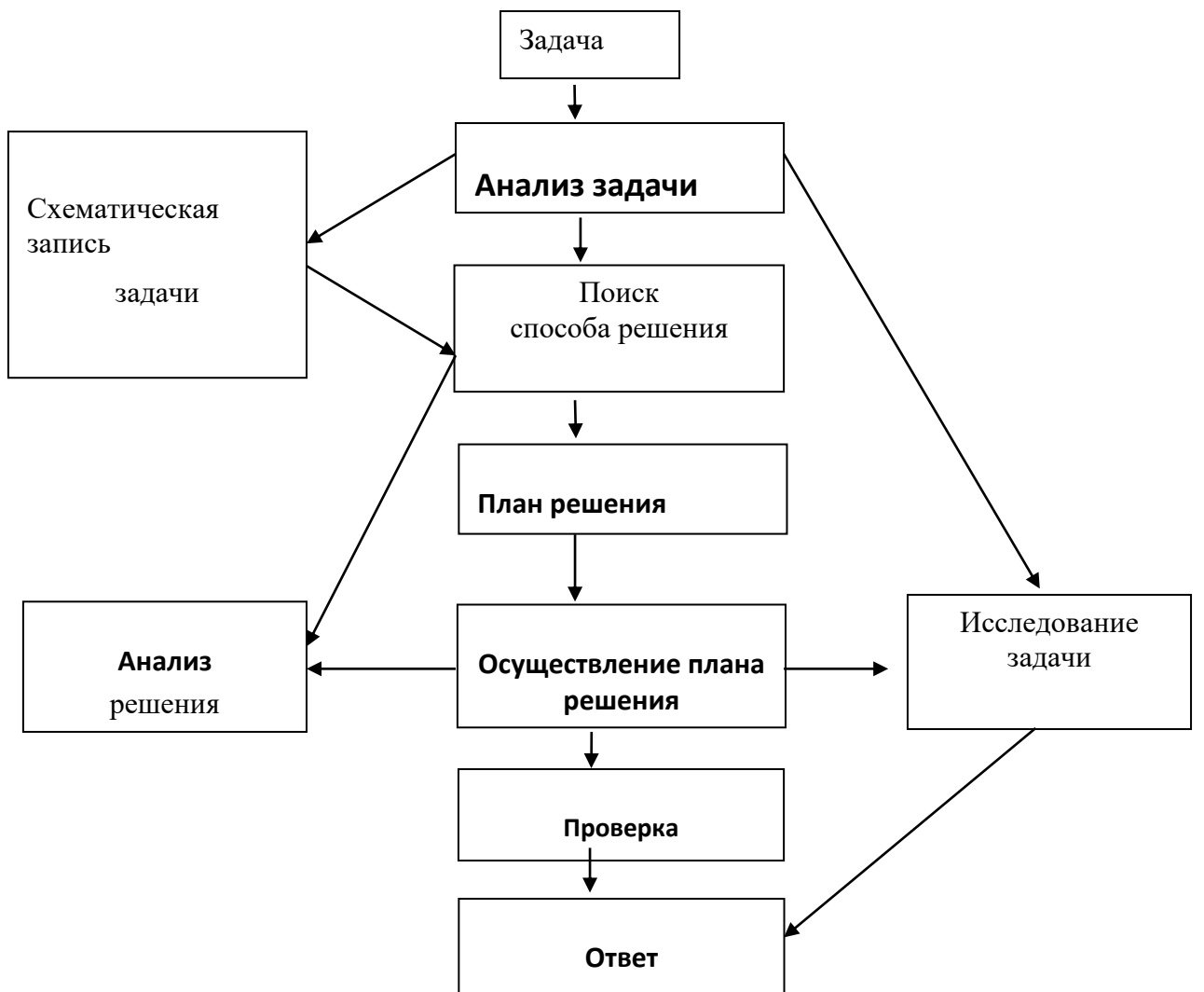
1. Не бойся заменить данную задачу другой, равносильной ей.
2. Не бойся вводить новые величины. В процессе решения от них можно избавиться
3. Когда задачу решил, подумай над результатом: насколько он разумен, не противоречит ли он здравому смыслу и условию задачи, какова от него практическая польза
4. Попробуй обобщить решенную задачу и, если есть время, реши ее
5. Решай задачу с удовольствием
6. Оцени свое решение.

Помнишь, Архимед воскликнул, когда нашел решение к задаче: «Эврика!»?

Виды задач, решаемых в курсе математики



Процесс решения задачи



Схематизация и моделирование при решении текстовых задач

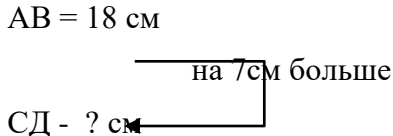
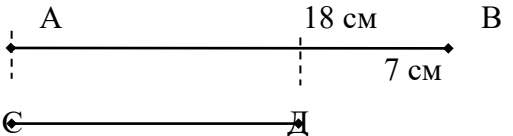
(урок 1)

Схематизация материала – краткие записи условия задачи в виде таблиц, рисунков, графиков, диаграмм и т.д., причем знаково-символические средства выполняют ориентировочную роль, поскольку дают возможность одновременно видеть все связи между данными.

Применяемая схема должна быть разумно сокращенной и упрощенной по сравнению с реальными явлениями и в то же время наиболее естественной для каждой задачи.

Проиллюстрируем это на следующем примере:

Задача 1. Отрезок АВ на 7 см больше отрезка СД и равен 18 см. Какова длина отрезка СД?

<p>Схема краткой записи № 1</p> <p>АВ = 18 см</p> <p>на 7 см больше</p> <p>СД - ? см</p> 	<p>Схема краткой записи № 2</p> <p>А 18 см В</p> <p>7 см</p> <p>С Д</p> 
--	--

При какой краткой записи №2 сразу очевидно решение данной задачи?

При решении задач необходимо научиться мыслить свернутыми формами, не загромождать схему излишними знаками, ненужными подробностями.

Рассмотрим подробнее виды краткой записи.

□ С х е м а к р а т к о й з а п и с и в в и д е т а б л и ц ы

Прочитав задачу, необходимо ответить на вопросы, постепенно оформляя на черновике краткое условие в виде таблицы:

1. О каком процессе в задаче речь? Какими величинами характеризуется этот процесс? (Их количество определяет число столбиков в будущей таблице)
2. Сколько процессов в задаче? (Их количество равно числу строчек в таблице)
3. Какие величины известны, и что нужно найти? (Таблица заполняется данными задачи и ставится знак вопроса)
4. Как связаны величины в задаче? (Ниже таблицы выписываются формулы и уясняются связи величин в таблице)
5. Какую величину удобно обозначить за X? (Анализируется, удобно ли за X взять величину, о которой спрашивается в задаче, или лучше какую-нибудь другую. А потом остальные неизвестные величины выражают через X, каждой из них соответствует пустая клетка таблицы)
6. Какое условие нужно использовать для составления уравнения? (Это то условие, которое не использовалось для выражения неизвестных через X.)
7. Легко ли решать полученное уравнение? (возможно, следует ввести буквенное обозначение X в другую строчку таблицы и для составления уравнения использовать другую связь между величинами)

Рассмотрим пример составления такой краткой записи:

З а д а ч а 2 . По плану тракторная бригада должна была вспахать поле за 14 дней. Бригада вспахивала ежедневно на 5 га больше, чем намечалось по плану, и потому закончила пахоту за 12 дней. Сколько гектаров было вспахано? Найдите площадь поля.

П о я с н е н и я - р а с с у ж д е н и я к э т а п а м з а п и с е й в ч е р н о в и к е :

1. Речь идет о процессе работы. Он характеризуется тремя величинами:

вся работа (А) – это измеряемая в гектарах площадь поля;	Т.е. для записи величин таблицы нужны три столбика
работа в единицу времени, т.е. производительность труда (N),	
время (Т) – число дней, затраченное на работу.	

2. В задаче упомянуты два процесса работы: по плану и фактический, значит, в таблице будет две

строки

3. Остается начертить таблицу и заполнить все ее клетки заданными соотношениями.

4. Через формулу $A = N T$ и запись $N_f = N_p + 5$ определим связь величин таблицы

5. Какую величину обозначить за x ? Если искомую, то необходимо будет решить

уравнение вида $N = \frac{A}{T}$ (1), содержащее дроби. Используя же другую величину,

придем к решению линейного уравнения (2). Пусть $N_p = x$, то $N_f = x + 5$, тогда учитывая, что $A_p = A_f$ (за обоснование составления уравнения возьмем вторую связь), то есть $N_p T_p = N_f T_f$ приходим к уравнению: $14x = 12(x + 5)$. Но к ответу задачи придем, подставив корень уравнения (2) запись (1)

После данных черновых записей следует записать решение из черновика в тетрадь:

Процессы	Величины		
	А (га)		Т(дни)
По плану	A_p -?	одинаковые	N_p -?
Фактически	A_f -?		$N_f = N_p + 5$
Связи: №1 $A = N T$		№2 $N_f = N_p + 5$	

Р е ш е н и е :

1 . Пусть x (га/день) – производительность бригады по плану, тогда $(x + 5)$ (га/день) – фактическая производительность бригады. Работа по плану составляет $14x$ (га), а фактическая работа $12(x + 5)$ (га). По условию площадь поля в обоих случаях одинакова, поэтому можно составить уравнение $14x = 12(x + 5)$, отсюда $x = 30$.

2. $14 \cdot 30 = 420$ (га) - Производительность по плану составляет 30 га/день

Ответ: площадь поля равна 420 га.

Примечание: Можно решить и уравнение (1), сделав соответствующие пояснительные записи.

Решение задач с помощью уравнения, т.е. перенос данных задачи на математический язык с использованием замены неизвестных в задаче переменными называется **моделированием**.

Необходимо отметить *некоторые требования при решении задач с помощью уравнения*:

1. В краткой записи необходимо пояснять, какой переменной выражается определенный объект (процесс) задачи, а также указывать при каких значениях эта переменная имеет смысл. Кроме этого, делаются дополнительные записи соответствующих формул, на основании которых связываются величины в задаче.
2. Обязательна запись обоснования для составления уравнения
3. При получении корней уравнения не указывается наименование величин объекта, выраженного переменной. Запись вида $x = 2$ **ч** считается ошибочной. Верно: $x = 2$
4. Необходимо проверить корни уравнения к условиям задачи, выявив посторонние корни.
5. Записать полный ответ на поставленный вопрос задачи

Практикум 1

Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы.

9 класс /Л.В. Кузнецова, Е.А. Бунимович и др. – 5-е и послд. Изд. – М.: Дрофа, 2000. № 581.

На турбазе имеются палатки и домики; всего их 25. В каждом домике живут 4 человека, а в каждой палатке 2 человека. Сколько на турбазе палаток и сколько домиков, если на турбазе отдыхают 70 человек?

№ 582.

У причала находилось 6 лодок, часть из которых была двухместная, а часть трехместная. Всего в эти лодки может поместиться 14 человек. Сколько двухместных и сколько трехместных лодок было у причала?

Практикум 1Д

Решите задачи различными способами.

№ 583.

На одно платье и три сарафана пошло 9 м ткани, а на три таких платья и пять таких же сарафанов пошло – 19 м ткани. Сколько ткани требуется на одно такое платье и сколько на один сарафан?

№ 584.

Для одной лошади и двух коров выдают ежедневно 34 кг сена, а для двух лошадей и одной коровы – 35 кг сена. Сколько сена выдают ежедневно для одной лошади и сколько для одной коровы?

Схематизация и моделирование при решении текстовых задач (урок 2)

Рассмотрим подробнее вид краткой записи в виде рисунка и пояснения к нему.

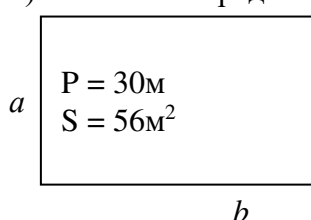
□ Схема краткой записи в виде рисунка

Очень часто в задаче на нахождение реальных неизвестных используются понятия из геометрии («площадь», «периметр», «прямоугольник» и т.д.).

З а д а ч а Прямоугольный газон обнесен изгородью, длина которой 30м. Площадь газона 56 м^2 . Найдите длины сторон газона.

1). Этап рассуждений: схематически условие этой задачи легче всего изобразить в виде рисунка (прямоугольник), а затем, записав необходимые формулы (формулы для нахождения периметра и площади прямоугольника) смоделировать «ситуацию задачи» в виде уравнения.

2). Запись в тетради:



$$P = 2(a+b)$$
$$\frac{P}{2} = (a+b)$$
$$S = ab$$

Решение:

Пусть $x \text{ м}$ – ширина a изгороди газона, а $(15 - x) \text{ м}$ – длина b изгороди, т.к. длина смежных сторон газона равна $30:2=15$ (м).

Известно, что площадь газона 56м^2 .

Составим и решим уравнение:

$$x(15-x)=56$$

Ответ: Стороны газона 7 м и 8 м.

Практикум 2

Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы.

9 класс /Л.В. Кузнецова, Е.А. Бунимович и др. – 5-е и послед. Изд. – М.: Дрофа, 2000.

№586 (стр. 161)

Прямоугольный участок земли обнесен забором, длина которого 40м. Площадь участка 96м^2 . Найдите длины сторон участка.

№617 (стр.165)

В зале расставили одинаковыми рядами 48 стульев. Рядов оказалось на 8 больше, чем стульев в ряду. Сколько стульев в каждом ряду и сколько рядов в зале?

№ 219 (стр. 127)

Длина садового участка на 10 м больше его ширины. Его площадь решили увеличить на 400м^2 . для этого длину увеличили на 10м, а ширину – на 2 м. Найдите площадь нового участка.

Практикум 2Д

К задаче №218 (стр.127) составьте вопросы для краткой записи условия и решите задачу с помощью уравнения. Запишите аналогичную задачу «на языке» геометрии.

№218 (стр.127)

Для сада выделен прямоугольный участок земли определенной площади. Длина изгороди, которой будет обнесен сад, окажется меньшей, если прямоугольный участок заменить квадратным той же площади. Для этого надо длину участка уменьшить на 40м, а ширину увеличить на 30м. Какова сторона квадратного участка?

№618 (стр.165)

В саду посадили одинаковыми рядами 60 кустов смородины. Рядов оказалось на 7 меньше, чем кустов в каждом ряду. Сколько кустов в каждом ряду и сколько всего рядов?

№256 (2) (стр.138)

Вокруг прямоугольной площадки, стороны которой равны 4м и 5м, надо сделать дорожку одинаковой ширины так, чтобы площадь площадки вместе с дорожкой была равна 56м^2 . Какой ширины должна быть дорожка?

Задачи на совместную работу («на бассейны», совместное движение)

(урок 3)

Рассмотрим три стандартные задачи, которые можно решить не только с конкретными числами, но и в общем виде. Это позволит решить целый класс однотипных задач, отличающихся лишь числовыми значениями, а так же составить программы для решения задачи рассматриваемого типа с помощью компьютера.

Задача 1. Через первую трубу бассейн наполняется за 20 ч, через вторую – за 30 ч. За сколько часов бассейн наполнится через обе эти трубы?

Задача 2. Первая бригада может выполнить задание за 20 дней, а вторая – за 30 дней. За сколько дней две бригады выполнят задание, работая вместе?

Задача 3. Первый пешеход может пройти расстояние между селами за 20 мин, а второй – за 30 мин. Однажды пешеходы одновременно отправились навстречу друг другу. Через сколько минут они встретились?

Решение по действиям:

$$1). 1:20 = \frac{1}{20} \quad 2). 1:30 = \frac{1}{30} \quad 3). \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{1}{12} \quad 4). 1: \frac{1}{12} = 12$$

В каждой задаче получится ответ в соответствии с условиями задачи.

Сформулируем «задачу на бассейны» в общем виде:

Задача 4. Весь объем работы при первом условии можно выполнить за a ч или при втором же условии за b ч. За сколько часов можно выполнить всю работу, применяя оба условия?

Решим задачу по действиям: $1 \div \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = \frac{ab}{a+b}$

Либо тот же результат можно получить, выразив x из равенства $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x}$. $x = \frac{ab}{a+b}$

Составим программу для решения задачи с помощью компьютера (Microsoft Excel):

	A	B	C
1			$=A1*B1/(A1+B1)$

Пояснения:

Ячейки A1 и B1 соответственно для значений a и b .

В ячейке C1 задаем формулу для вычисления результата

$=A1*B1/(A1+B1)$ и моментально получаем ответ задачи. При этом нужно следить, что бы a и b выражались одинаковыми единицами измерения.

После введения в ячейки A1 и B1 данных задачи $a=20$ и $b=30$ моментально получим ответ: 12 часов

Практикум 3

- стихотворная задача С. Сатина:

За пять недель пират Ерёма
Способен выпить бочку рома.
А у пирата у Емели
Ушло б на это две недели.
За сколько дней прикончат ром
Пираты, действуя вдвоем?



- Через первую трубу бассейн наполняется за 12 ч, через вторую трубу – за 24 ч. За какое время бассейн наполнится через обе эти трубы?
- Первая бригада может выполнить задание за 36 дней, а вторая - за 45 дней. За сколько дней две бригады выполнят задание, работая вместе?
- Два велосипедиста одновременно отправились навстречу друг другу из двух сел. Первый мог бы проехать это расстояние за 30 мин., а второй – за 45 мин. Через сколько минут они встретятся?

Практикум 3Д

- Решите задачу 9, обратную задаче 4 (в общем виде).
 - Решите задачу 10, с увеличением «действующих лиц»
 - Составьте программы для решения задач 9 и 10 с помощью компьютера
- Бассейн наполняется через две трубы за x ч, а через одну из них – за a ч. Сколько часов наполняется бассейн через другую трубу?
 - Через первую трубу бассейн наполняется за a ч, а через вторую – за b ч, через третью трубу –

за s ч. За сколько часов бассейн наполнится через три трубы при их совместной работе?

При решении некоторых задач получается ответ, не выражаемый целым или конечной десятичной дробью, поэтому необходимо применять обыкновенные дроби (при этом ответ, получаемый с помощью компьютерной программы, является приближенным)

11. *Старинная задача.* Лев съел овцу за один час, волк съел овцу за два часа, а пес съел овцу за три часа. Спрашивается, как скоро они съели бы овцу втроем?

12. Из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого. Четыре человека хотят двор строить. Первый из них может построить в 1 год, второй может в 2 года, третий в 3 года, а четвертый в 4 года. Спрашивается, в сколько годов они вместе построят тот двор?

Задачи на совместную работу («на бассейны», совместное движение)

(урок 4)

Ответьте на вопросы:

1. В чем особенность условий задач класса «на совместную работу»?
2. Какие еще типы задач можно отнести к разряду решаемых на основании «совместной работы»?
3. Расскажите пошаговую схему решения задач на совместную работу.

Усложним условие задачи на совместную работу, выбрав в качестве неизвестных производительности отдельных объектов задачи.

Практикум 4

Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы.

9 класс /Л.В. Кузнецова, Е.А. Бунимович и др. – 5-е и послед. Изд. – М.: Дрофа, 2000.

№228(1) (стр.130)

Два печника, работая вместе, могут сложить печь за 12 часов. Если первый печник будет работать 2ч, а второй 3ч, то они выполнят только 20% всей работы. За сколько часов может сложить печь каждый печник, работая отдельно?

№229 (1) (стр.130)

Два мастера, работая вместе, могут выполнить заказ за 6 ч. Если первый мастер будет работать 9 ч, а потом его сменит второй, то он закончит работу через 4 ч. За сколько времени может выполнить заказ каждый из мастеров, работая отдельно?

Практикум 4Д

№229 (2) (стр.131)

1. Решите задачу
2. Составьте условие задачи, обратной данной.

Две машины, работая вместе, могут расчистить каток за 20 мин. Если первая машина будет работать 25 мин, а затем ее сменит вторая, то она закончит расчистку катка через 16 мин. За сколько времени может расчистить каток каждая из машин, работая отдельно?

№228(2) (стр.130)

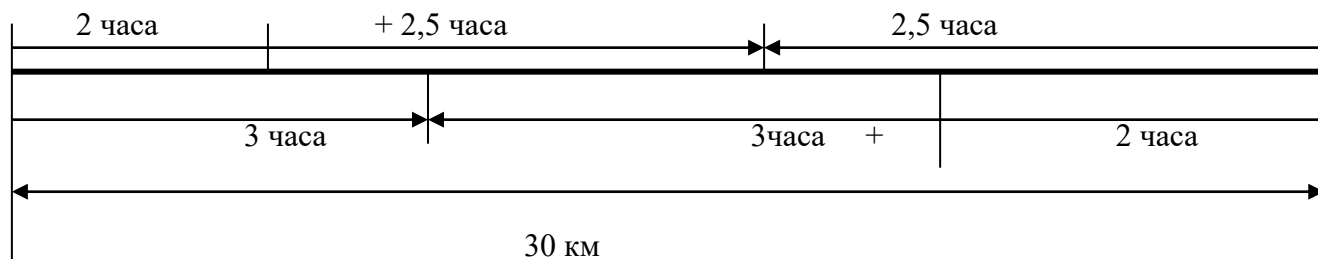
Две бригады, работая вместе, могут закончить уборку урожая за 8 дней. Если первая бригада будет работать 3 дня, а вторая 12 дней, то они выполнят 75% всей работы. За сколько дней может закончить уборку урожая каждая бригада, работая отдельно?

Задачи на совместную работу («на бассейны», совместное движение) (урок 5)

Практикум 21 А.

Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы.

9 класс /Л.В. Кузнецова, Е.А. Бунимович и др. – 5-е и послд. Изд. – М.: Дрофа, 2000.



№226 (1) (стр.130).

Два пешехода выходят навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 30 км. Если первый выйдет на 2 ч раньше второго, то он встретит второго пешехода через 4,5 ч после своего выхода. Если второй выйдет на 2 ч раньше первого, то он встретит первого пешехода через 5 ч после своего выхода. С какой скоростью идет каждый пешеход?

Практикум 5 Б. Самостоятельная работа

Вариант 1.

№595 (стр.162).

1. Решите задачу
2. Составьте условие задачи, обратной данной.

Два велосипедиста отправились одновременно навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 60 км, и встретились через 2 часа. Определите скорость каждого велосипедиста, если у одного она на 2 км/ч больше, чем у другого.

Вариант 2.

№596 (стр.162).

1. Решите задачу
2. Составьте условие задачи, обратной данной.

Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из двух поселков и встретились через 3 часа. Расстояние между поселками 30 км. Определите скорость каждого пешехода, если у одного она на 2 км/ч меньше, чем у другого.

Практикум 5Д

часть А

№226 (2) (стр.130).

Из двух пунктов, расстояние между которыми 36км, отправляются навстречу друг другу велосипедист и пешеход. Если велосипедист отправится в путь на 1 ч раньше пешехода, то они встретятся через 1,5 ч после выхода пешехода. Если пешеход выйдет на 1 ч раньше велосипедиста, то они встретятся через 2 ч после выезда велосипедиста. Найдите скорости велосипедиста и пешехода.

часть Б

Напишите сочинение (сказка, стихотворение, эссе, комикс и т.п.), в котором в занимательной форме расскажите, как решать задачи на совместные действия.

Задачи на среднюю скорость движения

(урок 6)

Средней скоростью движения на некотором участке пути называют постоянную скорость, с которой можно тот же участок пути пройти за то же время.

Например, если турист шел 3 ч со скоростью 5 км/ч и 2ч со скоростью 4 км/ч, то средняя скорость движения равна $\frac{3 \cdot 5 + 2 \cdot 4}{3 + 2} = 4,6$ (км/ч)

Практикум 6

1. Расстояние между двумя селами 18 км. Велосипедист ехал из одного села в другое 2ч, а возвращался 3ч. какова средняя скорость движения велосипедиста на всем участке пути?

2. Турист шел со скоростью 4 км/ч, потом точно такое же расстояние со скоростью 5 км/ч. Какова средняя скорость движения туриста на всем участке пути?
3. Некоторое расстояние автомобиль преодолел в гору со скоростью 42 км/ч, а с горы со скоростью 56 км/ч. Какова средняя скорость движения автомобиля на всем участке?
4. В гору велосипедист ехал со скоростью 10 км/ч, а с горы с некоторой другой постоянной скоростью. Как он подсчитал, средняя скорость движения оказалась равной 12 км/ч. С какой скоростью велосипедист ехал с горы?

Практикум 6Д

А). Сформулируйте задачи 1, 2 и 4 в общем виде.

Б). Составьте программы для решения задач 1, 2 и 4 с помощью компьютера

5. *задача Пятой Соросовской олимпиады.* Из одного города в другой выехала автомашина. Первую треть пути она ехала со скоростью 50 км/ч, а вторую треть – со скоростью 60 км/ч, а последнюю - 70 км/ч. Чему равна средняя скорость машины на всем пути?
6. *МГУ, филолог. ф., 1999г.* В течение двух часов пароход двигался по реке в тумане. После того как туман рассеялся, пароход вдвое увеличил свою скорость и плыл еще 6 часов. Какой длины путь проделал пароход в тумане, если его средняя скорость за 8 ч плавания составила 14 км/ч?

Задачи на движение

(урок 7)

Рассмотрим задачу:

Велосипедист подсчитал, что если он поедет со скоростью 6 км/ч, опоздает на 1 час, если поедет со скоростью 9 км/ч, то придет на 1 час раньше намеченного срока. С какой скоростью нужно ехать велосипедисту, чтобы приехать вовремя?

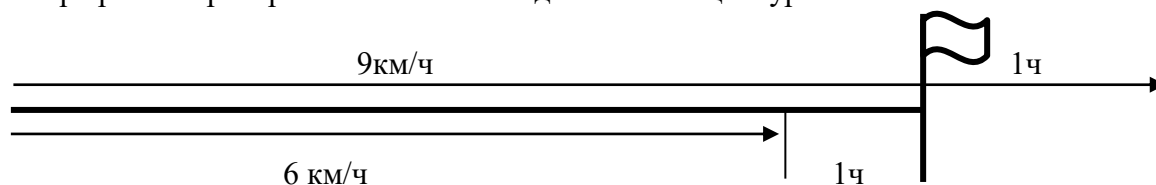
Сначала рассмотрим арифметическое решение.

Допустим, что выехали два велосипедиста, у первого скорость 6 км/ч, а у второго – 9 км/ч. Тогда:

- 1). $6 \cdot 1 = 6$ (км) – столько километров не доедет до намеченного места первый велосипедист при скорости 6 км/ч
- 2). $9 \cdot 1 = 9$ (км) – столько лишних километров проедет второй велосипедист при скорости 9 км/ч
- 3). $6 + 9 = 15$ (км) – расстояние между велосипедистами в назначенное время
- 4). $9 - 6 = 3$ (км/ч) – скорость удаления первого велосипедиста от второго
- 5). $15 : 3 = 5$ (ч) - время удаления
- 6). $6 \cdot (5 + 1) = 36$ (км) – расстояние до места назначения
- 7). $36 : 5 = 7,2$ (км/ч) – необходимая скорость

Ответ: велосипедисту необходимо ехать со скоростью 7,2 км/ч

Теперь рассмотрим решение этой же задачи с помощью уравнения:



Пусть x ч – намеченное время движения, тогда путь при скорости 6 км/ч равен $6(x+1)$ км или при скорости 9 км/ч равен $9(x - 1)$ км. Составим уравнение:

$$6(x+1) = 9(x - 1)$$

$$x = 5$$

При $x = 5$ необходимая скорость будет равна $6(5+1):5 = 7,2$ (км/ч)

Ответ: велосипедисту необходимо ехать со скоростью 7,2 км/ч

Как видим, арифметическое решение потребовало большей изобретательности.

Использование уравнения как математической модели преобразования жизненной ситуации позволяет упростить процесс решения задачи.

Практикум 7

Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы.

9 класс /Л.В. Кузнецова, Е.А. Бунимович и др. – 5-е и послед. Изд. – М.: Дрофа, 2000.

№241(1) (стр.134).

Из города А в город В, расстояние между которыми 30 км, выехал грузовик. Через 10 мин вслед за ним отправился легковой автомобиль, скорость которого на 20 км/ч больше скорости грузовика. Найдите скорость легкового автомобиля, если известно, что он приехал в город В на 5 мин раньше грузовика.

№588 (стр.162).

пешеход дошел от станции до почты и вернулся обратно, затратив на весь путь 1ч. К почте он шел со скоростью 6км/ч, а обратно - со скоростью 4км/ч. Чему равно расстояние от станции до почты?

Практикум 7Д

№604 (стр.163); №217(2) (стр.126); №224(2) (стр.129);

Задачи на движение (урок 8)

Практикум 8

Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы.

9 класс /Л.В. Кузнецова, Е.А. Бунимович и др. – 5-е и послд. Изд. – М.: Дрофа, 2000.

№227(1) (стр.130).

Турист, находящийся в спортивном лагере, должен успеть к поезду на железнодорожную станцию. Если он поедет на велосипеде со скоростью 15км/ч, то опоздает на 30мин. Если же он поедет на автобусе, скорость которого 40 км/ч, то приедет за 2 ч до отхода поезда. Чему равно расстояние от лагеря до станции.

Составим краткую запись в виде таблицы:

Средство передвижения	Время, t (ч)	Скорость, v (км/ч)	Расстояние, S (км)	
велосипед	$\frac{x}{15}$, опоздает на 30мин	15	x	одинаковое
автобус	$\frac{x}{40}$, приедет раньше на 2 часа	40	x	

Подумайте как «связать» между собой данные таблицы, что послужит обоснованием для составления уравнения? Учтите, что время должно быть выражено в единой системе. Составьте уравнение, решите задачу.

№240(1) (стр.134).

Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 25км, одновременно выехали автобус и автомобиль. Во время пути автомобиль сделал остановку на 2 мин, но в пункт В приехал на 3 мин раньше автобуса. Найдите скорости автомобиля и автобуса, если известно, что скорость автобуса в 1,2 меньше скорости автомобиля.

Практикум 8Д

Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы.

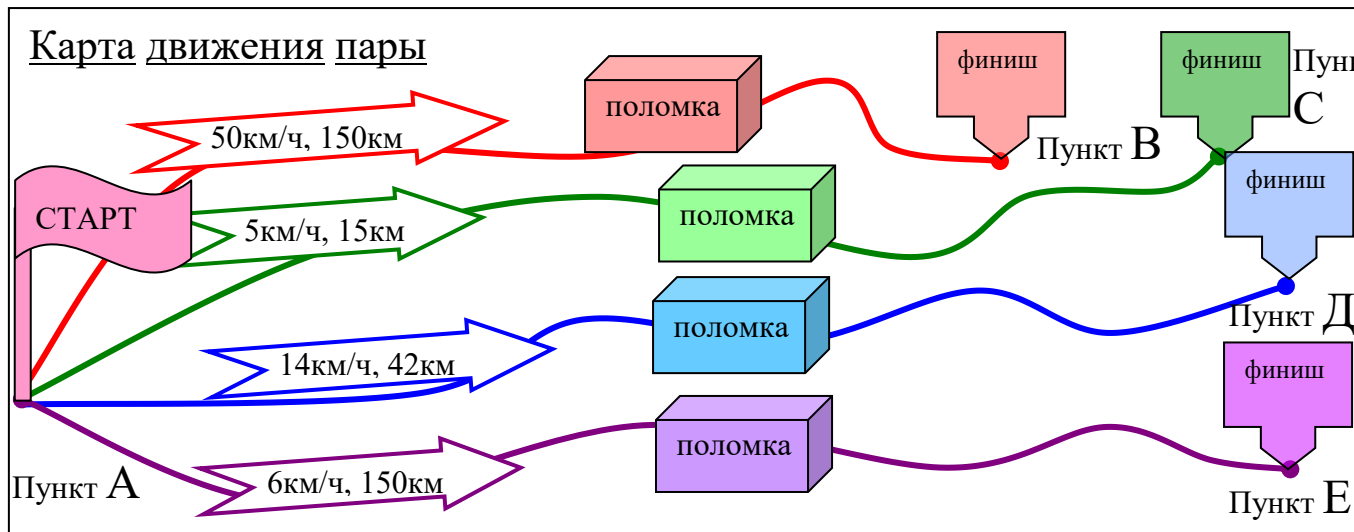
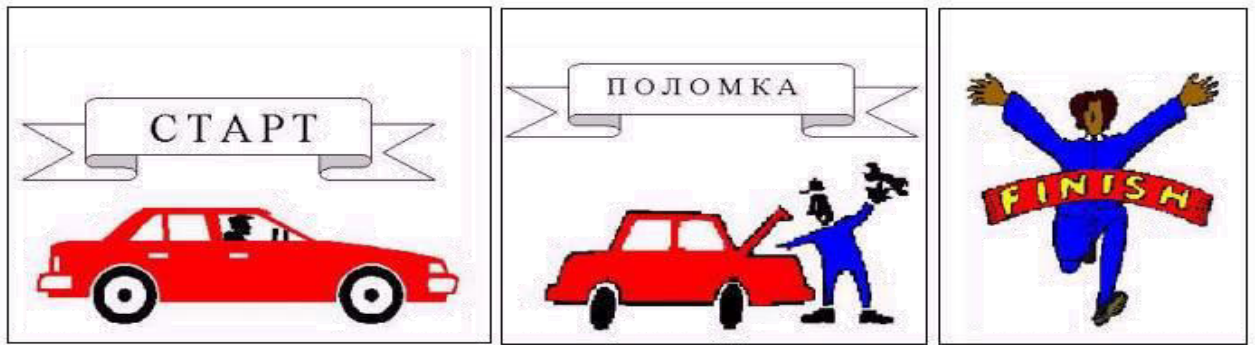
9 класс /Л.В. Кузнецова, Е.А. Бунимович и др. – 5-е и послд. Изд. – М.: Дрофа, 2000.

№241(1) (стр.134); №261(1) (стр.139);

Ответьте на вопросы:

1. Что такое схематизация задачи?
2. Какие виды схематизации условий задачи вы знаете? Опишите особенности (отличия) каждого вида.
3. Как лучше схематизировать условия задач, содержащих геометрические понятия?
4. Уравнение – как вид математической модели, облегчающей решение задачи. Какие выдвигаются требования при решении задач с помощью уравнений?
5. В чем особенность решения задач на совместную работу? Опишите схему решения стандартной задачи на совместную работу.
6. Приведите пример задачи на совместную работу.
7. Задачи на среднюю скорость движения – что такое средняя скорость, и какова схема их решения?
8. Задачи на движение – на что нужно обращать внимание при решении таких задач? Какие вопросы нужно ставить перед собой, решая такой тип задач?

Зачетное занятие (урок9)



Путевой лист пары №			
Фамилии гонщиков	Старт	Поломка	Финиш
	А – (укажите конечный пункт)	Была ли «поломка» в решении задачи? ДА НЕТ (нужное подчеркните)	
Ответы			

Работа в парах:

Первый этап «Старт»

Каждой паре необходимо ответить на вопрос задачи, затем выбрать на карте соответствующий маршрут движения (с указанием маршрута в Путевом листе пары).

Пара №1	От города до поселка автомобиль доехал за 3 часа. Если бы он увеличил скорость на 25 км/ч, то проехал бы это расстояние за 2 ч. С какой скоростью ехал автомобиль и чему равно расстояние от поселка до города?
Пара №2	От турбазы до станции турист доехал на велосипеде за 3 ч. пешком он смог пройти это расстояние за 7 ч. Известно, что пешком он идет со скоростью на 8 км/ч меньшей, чем едет на велосипеде. С какой скоростью ехал турист и чему равно расстояние от турбазы до станции

Второй этап «Поломка»

Перед вами задача и ответы к ней. Возможно, что ответ не верен, если это так, то в чем была возможная ошибка? Поясните свой ответ

Пара №1	Первая бригада, работая отдельно, может починить мотор за 3 ч, а вместе со второй бригадой – за 2 ч. За сколько часов одна вторая бригада может выполнить то же задание?	За один час
Пара №2	Механик может устранить неполадки в работе автомобиля за 6 ч, а вместе с напарником справится с этой же работой за 3 ч. За сколько часов напарник механика может один устранить неполадки?	За два часа

Третий этап «Финиш»

Пара №1	Автомобилист планировал за некоторое время проехать расстояние в 180 км. Однако он приехал в пункт назначения на 1 час раньше, так как увеличил скорость автомобиля на 15 км/ч. С какой скоростью он ехал?
Пара №2	Велосипедист, увеличив на 3км/ч запланированную скорость, приехал на вокзал на 1 час раньше намеченного времени. С какой скоростью он ехал, если расстояние от дома отдыха до вокзала составляет 60 км?

Подведение итогов.

Практикум 9Д

1. Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы.

9 класс /Л.В. Кузнецова, Е.А. Бунимович и др. – 5-е и послед. Изд. – М.: Дрофа, 2000.

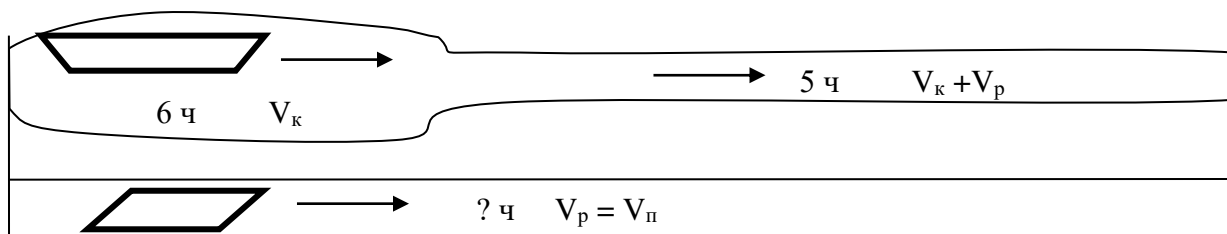
№216(2) (стр.125); №261(2) (стр.139);

2. Придумайте задачу на движение по реке. В чем особенность таких задач? Какой алгоритм решения задач на движение по реке вы можете предложить? Ответы запишите в тетрадь

Задачи на движение по реке

(урок 10)

Задача 1. Катер проходит некоторое расстояние по озеру за 6 ч, по течению реки за 5 ч. Сколько времени потребуется плоту, чтобы пройти такое же расстояние по течению реки?

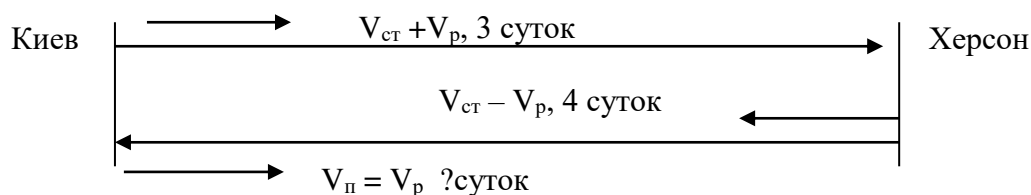


Решение: Пусть x км – данное расстояние, тогда $\frac{x}{5}$ км/ч – скорость катера по течению,

$\frac{x}{6}$ км/ч скорость катера в стоячей воде. $\frac{x}{5} - \frac{x}{6} = \frac{1}{30}$ (км/ч) – скорость течения,

$x \div \frac{x}{30} = 30$ (ч) – потребуется плоту на такое расстояние.

Задача 2 Теплоход от Киева до Херсона идет трое суток, а от Херсона до Киева – 4 суток (без остановок). Сколько времени от Киева до Херсона будут плыть плоты?



Решение: пусть расстояние от Киева до Херсона x км, тогда скорость теплохода по течению $V_{ст} + V_p = \frac{x}{3}$ км/сут, против течения $V_{ст} - V_p = \frac{x}{4}$ км/сут, где $V_{ст}$ –

собственная скорость теплохода и V_p – скорость реки

1). $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = \frac{x}{12}$ (км/сут) – удвоенная скорость течения

2). $\frac{x}{12} : 2 = \frac{x}{24}$ (км/сут) – скорость течения

3). $x : \frac{x}{24} = 24(\text{дня})$ - время движения плотов Ответ: 24 дня.

Практикум 10

3. Лодка проплыла некоторое расстояние по озеру за 4 ч, такое же расстояние плот проплывает по реке за 12 ч. Сколько времени затратит лодка на тот же путь:

- а) по течению реки;
- б) против течения реки?

4. Из Нижнего Новгорода в Астрахань теплоход идет 5 суток, а обратно – 7 суток. За сколько суток из Нижнего Новгорода в Астрахань приплывут плоты?

Практикум 10Д

5. Задача сформулирована в общем виде: лодка от пункта А до пункта В плывет по течению a ч, а от В до А – b ч. Сколько часов от А до В будет плыть бревно?

- А). Решите задачу в общем виде
- Б). Составьте программу для решения данной задачи
- В). С помощью данной программы решите задачу 2.
- С). Составьте задачу, обратную задаче 5.

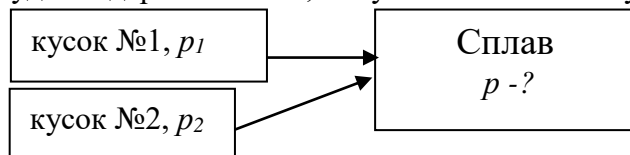
Задачи на смеси

(урок 11)

Большой круг ситуаций – смешивание товаров разной цены, жидкостей с различным содержанием соли, кислот разной концентрации, сплавление металлов с различным содержанием некоторого компонента – можно рассмотреть в общем виде.

Первый тип задач

Задача 1. Даны два куска с различным содержанием олова. Первый массой 300г, содержит 20% олова. Второй, массой 200г, содержит 40% олова. Сколько процентов олова будет содержать сплав, полученный из этих кусков?



Решение:

1). $300 \cdot \frac{20}{100} + 200 \cdot \frac{40}{100} = 140(\text{г})$ - олова до сплавления в двух кусках

2). $200+300=500(\text{г})$ – масса куска после сплавления

3). $\frac{140 \cdot 100}{500} = 28(\%)$ олова после сплавления в куске массой 500 г

Задача 2. Задача в общем виде: Найдите процентное содержание олова p в сплаве, полученном из двух кусков массой m_1 и m_2 , если известно, что первый содержит $p_1\%$, а второй $p_2\%$ олова

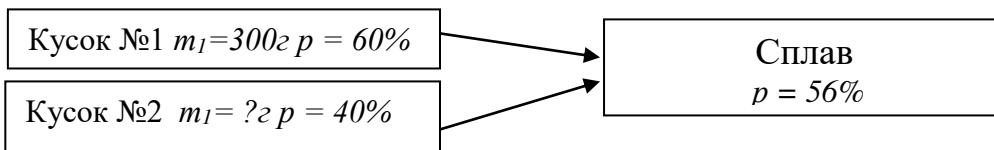
Решение: Вычислим массу олова до и после сплавления. Так как это одна и та же величина, то выполняется равенство: $m_1 p_1 + m_2 p_2 = (m_1 + m_2) p$ (1)

И выразив p , получим: $p = \frac{m_1 \cdot p_1 + m_2 \cdot p_2}{m_1 + m_2}$ (2)

В задачах вместо процентного содержания вещества в частях и в смеси (сплаве) может выступать цена единицы массы товара каждого сорта и их смеси.

Второй тип задач

Задача 3. Имеется два куска сплава олова и свинца. Первый, массой 300г, содержит 60% олова. Второй содержит 40% олова. Сколько граммов от второго куска нужно добавить к первому, чтобы получить сплав с содержанием олова 56%?



Решение: здесь $m_1 = 300, p_1 = 60, p_2 = 40, p = 56$.

Определить можно из уравнения $300 \cdot 60 + m_2 \cdot 40 = (300 + m_2) \cdot 56$. Откуда $m_2 = 75$ (г)

Сформулируем задачу в общем виде.

Задача 4. Имеется два куска сплава олова и свинца. Первый, массой m_1 г, содержит p_1 % олова. Второй содержит p_2 % олова. Сколько граммов от второго куска нужно добавить к первому, чтобы получить сплав с содержанием олова p %?

Из равенства (1) $m_1 p_1 + m_2 p_2 = (m_1 + m_2) p$ выразим m_2 :
$$m_2 = \frac{p - p_1}{p_2 - p} \cdot m_1 \quad (3)$$

Заметим, что чистый металл при добавлении будет иметь $p_2 = 100$, а при добавлении сплава не содержащего конкретный металл, $p_2 = 0$

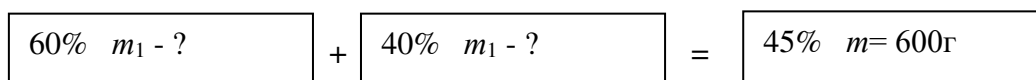
Практикум 11Д

Составьте условие двух задач на смеси с данными, взятыми в реальной жизни, и решите эти задачи.

Задачи на смеси

(урок 12)

Третий типа задач



Задача 5. Имеется два куска сплава олова и свинца, содержащие 60% и 40% олова. По сколько грамм от каждого куска нужно взять, чтобы получить 600 г сплава с содержанием олова 45%?

Решение: Из равенства $0,6m_1 + 0,4m_2 = 0,45 \cdot 600$, с учетом, что $m_2 = 600 - m_1$, получим значение m_1 , а затем и m_2

Ответ: 150г и 450 г

Рассмотрим теперь задачу в общем виде, в которой задана масса нового сплава.

Задача 6. Имеется два куска сплава олова и свинца, содержащие p_1 % и p_2 % олова. По сколько граммов от каждого куска нужно взять, чтобы получить m г сплава с содержанием олова p %?

Решение: Из равенства (1) $m_1 p_1 + m_2 p_2 = (m_1 + m_2) p$ с учетом, что $m_2 = m - m_1$, получим значение m_1 , а затем и m_2

Практикум 12

Старинные российские меры веса:

1 пуд = 40 фунтов $\approx 16,38$ кг
1 фунт = 32 лота $\approx 409,512$ г
1 лот = 3 золотника $\approx 12,797$ г
1 золотник = 96 долей $\approx 4,266$ г

1. Из «Арифметики»
А.П. Киселева. Из двух сортов чая составлено 32 фунта смеси; фунт первого сорта стоит 3 р., а фунт второго сорта стоит 2р. 40 коп. Сколько фунтов взято от того и другого сорта чая, если фунт смешанного чая стоит 2р. 85 коп?
2. задача на экзаменах МИФИ, 1993
Имеются два водных раствора щелочи: первый раствор содержит 10% щелочи (по объему), второй – 30%. После смешивания 20 л первого раствора, некоторого количества второго раствора и 10 л воды получили раствор, в котором воды оказалось в 2,5 раза больше, чем щелочи. Сколько литров второго раствора взято?

Практикум 12Д

1. Составьте задачу, аналогичную по смыслу условиям задачи 5, используя данные, встречающиеся в повседневной жизни.

Замечание: для решения ниже приведенной задачи используйте две переменные (например, через X можно обозначить количество одного раствора, а через Y – количество другого раствора).

Задачу решите с помощью системы уравнений

2. задача на экзаменах МИФИ, 1993
Имеются два раствора кислоты в воде, содержащие 40% и 60% кислоты. Смешав эти растворы и добавив 5л воды, получили 20%-ый раствор. Если бы вместо воды добавили 5 литров 80%-ного раствора, то получили бы 70%-ый раствор. Сколько литров 60%-ного раствора кислоты было первоначально?

Задачи на смеси

(урок 13)

Попробуем разобраться в том, кто и как освоил тему «Решение задач на смеси». Для этого отправимся в путешествие вместе с Несквиком, а заодно и решим три задачи.

Для работы в парах Вам предложены карточки:

1. В верхней части этой карточки данные (содержание жира, углеводов компонентов питания Несквик). В нижней части карточки даны задачи каждого этапа движения пары. Пара, которое совершила путешествие без ошибок считается победившей и получает «5»

2. В этой карточке Вам необходимо проанализировать Ваше путешествие, дать рекомендации для дальнейшей работы. Кроме того, карточка содержит данные для домашней работы по теме.

Удачного путешествия!

Задачи на доли и проценты (урок 14)

Рассмотрим несколько весьма поучительных задач на проценты.

Задача № 1

Арбуз массой 20 кг содержал 99% воды. Когда он немного усох, то стал содержать 98% воды. Какова теперь масса арбуза?

Решение: на первый взгляд масса арбуза мало изменилась, но это только на первый взгляд!

Масса сухого вещества составляла $100 - 99 = 1\%$ или $20 \cdot 0,01 = 0,2$ (кг)

После того как арбуз усох, масса сухого вещества составила $100 - 98 = 2\%$ от новой массы арбуза. Найдем эту новую массу: $0,2 : 0,02 = 10$ (кг). После того как арбуз усох, его масса уменьшилась вдвое!

Задача № 2

Некий леспромхоз решил вырубить сосновый лес, но экологи запротестовали. Тогда директор леспромхоза всех успокоил, сказав: «В нашем лесу 99% сосны. После вырубки сосна будет составлять 98% всех деревьев». Какую часть леса планирует вырубить леспромхоз?

Решение: 1. Пусть x – количество деревьев в лесу и пусть леспромхоз не вырубит ни одной сосны, тогда:

$x \cdot 0,01 = 0,01x$ – всего других деревьев в сосновом лесу.

$0,01x : 0,02 = 0,5x$ – других деревьев после вырубки

То есть, если леспромхоз не тронет ни одной сосны, то он может вырубить 50% всех деревьев!

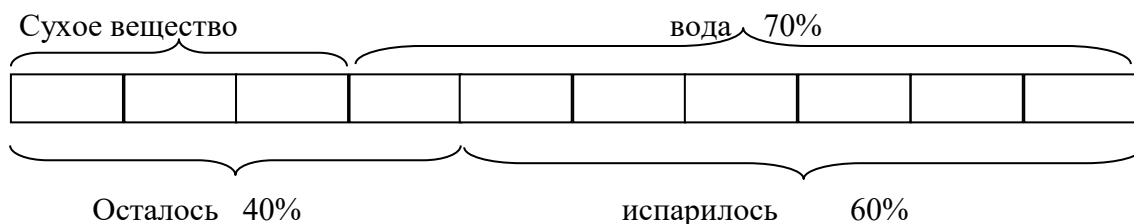
2. Пусть леспромхоз начнет рубить и сосны, тогда ему можно будет оставить такое соотношение сосен и других берез, которое даст соотношение 98% к 2%, например 49 сосен и 1 березу!

Как видим, с помощью процентов можно легко ввести в заблуждение человека, если плохо в них разбирается. Поэтому необходимо научиться разбираться в таких видах задач.

Задача № 3

Яблоки, содержащие 70% воды, при сушке потеряли 60% своей массы. Сколько процентов воды содержат сушеные яблоки?

Решение: Используем графический метод решения задач.



Из 70% воды испарилось 60%, значит, $70 - 60 = 10\%$ воды приходится на 30 сухого вещества или на 40 частей всей массы сушеных яблок.

$$10: 40=0,25=25\%$$

Ответ: 25% воды в сушеных яблоках

Практикум 14Д

1. На коробке с вермишелью написано: «Масса нетто 500г при влажности 13%». Какова масса вермишели, если она хранится при влажности 25%?
2. Цена доллара в рублях увеличилась на 25%. На сколько процентов при этом уменьшилась цена рубля в долларах?
3. На некотором участке пути машинист уменьшил скорость поезда на 25%. На сколько процентов увеличится время движения на этом участке?

Задачи на доли и проценты (урок 15)

Задача № 1

В драмкружке число мальчиков составляет 80% от числа девочек. Сколько процентов составляет число девочек от числа мальчиков в этом кружке?

Решение:

Способ №1. Пусть мальчиков – 80%,

девочек – 100%

сколько процентов составляет 100% от 80%?

$$100:80=125\%$$

Способ №2. На 10 девочек приходится 8 мальчиков, значит $10:8=1,25$ или 125% от числа мальчиков.

Задача № 2

В некотором царстве-государстве правительство вынесло на всенародное голосование проект закона о запрете рекламы спиртных напитков. Этот проект поддержали 69% всего взрослого населения, принявшего участие в голосовании. Причем «за» проголосовало 94% женщин и 41% мужчин. Сколько среди голосовавших было больше - мужчин или женщин? На сколько процентов?

Задача № 3

Рядовой Иванов почистил ведро картошки за 4 часа, и у него 20% всей картошки ушло в очистки. За сколько часов он начистит такое же (по весу) ведро картошки?

Задача № 4

Рядовой Сидоров может почистить ведро картошки за 3ч, а начистит такое (по весу) ведро картошки за 4 ч. Сколько процентов картошки идет у него в очистки?

Практикум 15Д

1. Рядовой Иванов может почистить котел картошки за 4 часа, и у него 10% всей картошки идет в очистки. А рядовой Сидоров может почистить котел картошки за 6ч,

и 15% картошки идет у него в очистки. Однажды они вместе взялись чистить котел картошки. Сколько процентов картошки уйдет у них в очистки при совместной работе?

2. Некто не доверяет банкам и хранит сбережения дома. Крупная сумма денег пролежала дома с зимы до лета. За это время цены на товары выросли в среднем на 50%. На сколько процентов уменьшилась покупательная способность отложенных дома денег?